بررسی

خاستگاه امر تصمیم‌ناپذیر

● تخیل عقل یا دقیق‌تر شور منطقی عنصر اصلی کار ریاضیدانان است. کار آنان همان چیزی است که در یک شعر یا انقلاب راستین رخ می‌دهد. کورت گودل بی‌تردید یکی از آنهاست که نبوغ و البته شخصیت کافکایی‌اش با اثبات دو قضیه پرآوازه‌اش سرنوشت ریاضیات و منطق را در قرن بیستم تغییر داد. در سال‌های اولیه انتشار مقاله تاریخی او تنها معدودی از نابغه‌های هم‌نسلش از جمله فون نویمن و تورینگ ارزش و اهمیت آن را درک کردند اما امروزه دیگر قضایای او فاکت‌هایی کاملا پذیرفته‌شده است. پیامدهای فلسفی اثر او در طیف وسیعی از رشته‌ها از فلسفه ذهن گرفته تا هوش مصنوعی همچنان محل بحث و مناقشه است. تقریبا یکی دو دهه پس از انتشار مقاله انقلابی گودل کم‌کم مشخص شد به آثاری نیاز است که بتواند ایده‌های اصلی و نتایج پردامنه قضیه‌های گودل را برای مخاطبان علم منطق و ریاضیات تبیین کند. کتاب «اثبات گودل» (۱۹۸۵) از نخستین آثاری بود که شرح قابل‌فهمی دراین‌باره ارائه می‌کرد. این کتاب بخش اول از کتاب «قضیه گودل» است که به زبانی تا جای ممکن آسان‌فهم، قضیه «ناتمامیت گودل» را توضیح می‌دهد. بخش دوم این کتاب نیز حاوی چهار مقاله درباره شخصیت و زندگی گودل، دوستی او با اینشتین، قضیه ناتمامیت و خدمات علمی اوست که در قرن جدید و برای مخاطبانی عام نوشته شده‌اند. این کتاب مهمی است، از این باب که اگرچه مقاله تاریخی گودل مهم‌ترین اثر اوست، خدمات علمی گودل منحصر به آن نیست، چون قضایای گودل محدودیت‌های بنیادینی بر ریاضیات گذاشت و ضربه‌ای مهلک بر دنیای ریاضی و علوم وابسته به آن وارد کرد. قضایای او باور گسترده‌ای را واژگون کرد که ریاضیات را نظامی همساز و کامل بر پایه یک تک‌بنیاد منطقی می‌دانست. این واژگونی به سرعت از فلسفه تا سیاست را دربر گرفت. آنچه این روزها با عنوان امر تصمیم‌ناپذیر در ساحت سیاست مطرح می‌شود، برگرفته از همین نظریه است. ازاین‌رو، نخست باید نشان داد قضیه گودل چیست یا به عبارت بهتر درباره چیست؟ گودل در فضای ریاضیات عصر خود غرق بود که مشخصه اصلی آن شور و شوق برای صوری‌کردن بود. مردم متقاعد شده بودند که می‌توان از طریق قوانین محض دستکاری نماد به تفکر ریاضی دست یافت. اوج این جنبش را می‌توان در سه‌جلدی ماندگار راسل و وایتهد به نام «پرینکیپیا ماتماتیکا» (مبادی ریاضیات) دید. آنها بر این باور بودند که ریاضیات را بر منطق محض پایه‌گذاری کرده‌اند و اثر آنها برای همیشه بنیادی استوار برای تمامی ریاضیات ساخته است. یکی، دو دهه بعد گودل به این تصور اصیل شک کرد. او در مطالعه الگوهای نمادها در این سه‌جلدی متوجه شد که این الگوها بسیار شبیه به الگوهای عددی هستند و او می‌تواند هر نماد را با یک عدد جایگزین کند و تمام «پرینکیپیا ماتماتیکا» را نه به‌مانند جابه‌جایی نمادها بلکه همچون محاسبه سریع اعداد از نو بفهمد. این پیچش موضوع، سرانجام غیرمنتظره‌ای داشت. چون در نظر گودل یادآور پارادوکس قدیمی خودارجاعی بود، یا همان گزاره «این حکم نادرست است». پارادوکسی که قدمت آن به یونان باستان و به مواجهه مخالفان سقراط با او در تبیین علم منطق به‌عنوان روشی برای فکرکردن درباره حقیقت بازمی‌گردد. فرم این پارادوکس به این شکل صورت‌بندی می‌شود: «این جمله غلط است»؛ اگر این جمله درست باشد پس باید غلط باشد و اگر غلط است پس باید درست باشد. گودل در مواجهه با همین پارادوکس‌ها بود که نتیجه گرفت می‌تواند از اساس یک صورت‌بندی از «پرینکیپیا ماتماتیکا» ارائه دهد که به شکل غیرمعقولی درباره خودش گفته باشد: «این صورت‌بندی از طریق قاعده‌های پرینکیپیا ماتماتیکا اثبات‌ناپذیر است». صرف‌نظر از چنین صورت‌بندی غریبی، بنای راسل و وایتهد کاملا تهدید شده بود. چون هدف آنها حذف مطلق دور باطل بود و باور داشتند که نبرد را با پیروزی به پایان رسانده‌اند. حال آنکه به نظر می‌رسید دورهای باطل از در پشتی به دنیای بکر آنها وارد شده است. اما صورت‌بندی ویرانگر گودلی باید حل می‌شد و او با نبوغ خود این کار را به انجام رساند. او اثبات کرد اگرچه صورت‌بندی‌اش همچون یک پارادوکس است، اما به شکل ظریفی با آن تفاوت دارد. او نشان داد حکم صادقی وجود دارد که با استفاده از قاعده‌های این نظام اثبات آن امکان‌پذیر نیست. به عبارت دیگر حکم صادقی که اثبات‌ناپذیری آن دقیقا از صدق آن ناشی می‌شود. او با این شیوه نه‌تنها دژ راسل و وایتهد را ویران کرد، بلکه می‌توان این قضیه را درباره هر نظامی که تلاش کند به اهداف آنها دست یابد نیز صادق دانست. در حقیقت، گودل امید آنانی را ناامید کرد که باور داشتند اندیشه ریاضی را می‌توان به انقیاد صلابت نظام‌های اصل- بنیاد (axiomatic) درآورد و از ریاضیدانان تا فیلسوفان را وادار کرد در مورد این ورطه اسرارآمیز و نویافته که به‌طور برگشت‌ناپذیری اثبات‌پذیری را از صدق جدا می‌کرد، بیندیشند. بر این اساس، پس از گودل روشن شد هنر تفکر ریاضی را نمی‌توان با ماشینی‌کردن تفکر ریاضی یکی کرد. پس از گودل تصور از ریاضیات و اساس «صدق» تغییر کرد.

قضیه گودل

ارنست نیگل و دیگران

ترجمه: رضا امیررحیمی

ناشر: نیلوفر

قیمت: ۱۷۰۰۰ تومان

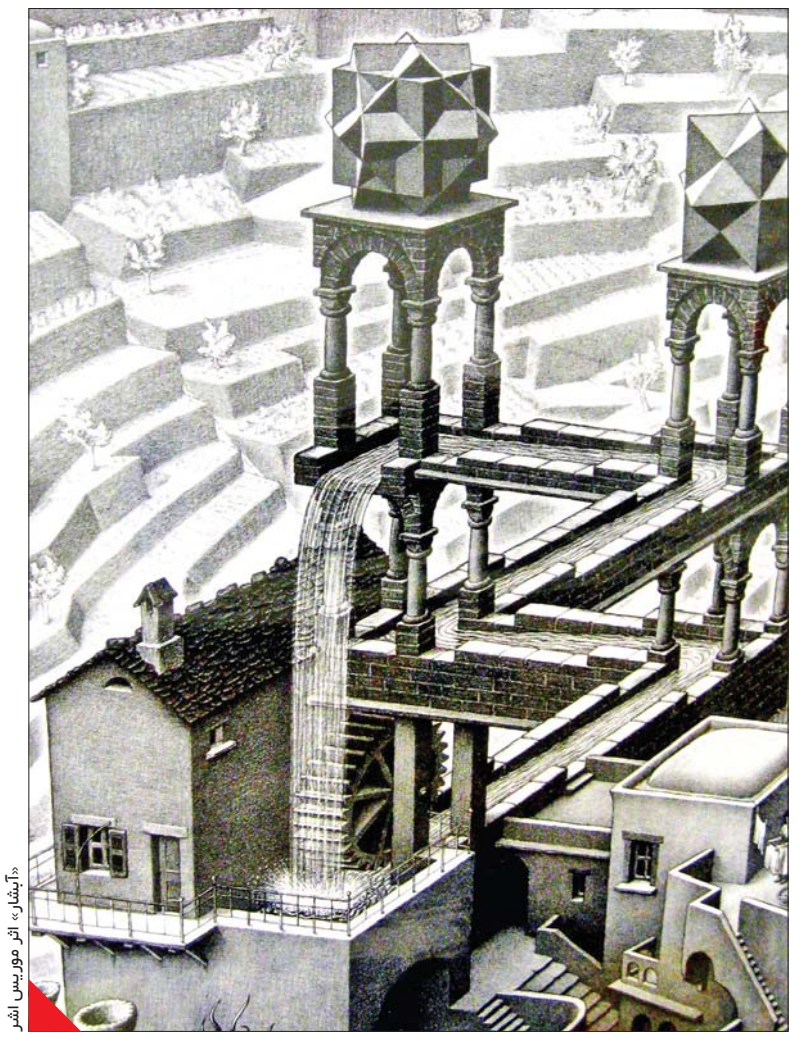
گزارشی از کتاب «گودل، اشر، باخ» به بهانه انتشار ترجمه فارسی پس از چهل سال

حلقه‌های عجیب و سایه‌هایش

گروه اندیشه: در دهه هفتاد میلادی کتابی در آمریکا منتشر و خیلی زود به چندین زبان زنده دنیا ترجمه شد. معمولا کتابی با بیش از هزار صفحه اقبال عمومی ندارد، ولی این کتاب در فهرست پرفروش‌های نیویورک‌تایمز قرار گرفت، با اینکه اصلا جزو کتاب‌های زرد و بازاری نبود که رمزوراز موفقیت را آموزش می‌دهند. نشان به آن نشان که برنده جایزه مهم پولیتزر شد: کتاب «گودل، اشر، باخ» که معروف است به «GEB» اثر داگلاس آر. هوفشتاتر. این کتاب درباره کار و زندگی سه نفر است: کورت گودل (فیلسوف، ریاضیدان و منطق‌دان اتریشی)، موریس اشر (گرافیست و هنرمند هلندی) و یوهان سباستین باخ (موسیقی‌دان و آهنگ‌ساز بزرگ آلمانی). کتاب حاضر تقریبا پس از چهل سال به همت نشر مرکز و سه مترجم به فارسی ترجمه و منتشر شده است، گرچه ترجمه کتاب چندان روان و خالی از ایراد نیست.

اگر تصور می‌کنید عنوان کتاب خود گویای همه‌چیز است، یعنی کتابی درباره یک ریاضی‌دان، یک هنرمند و یک موسیقی‌دان، سخت در اشتباهید. با یک نگاه سرسری به این کتاب قطور هم معلوم می‌شود که این سه نفر به خودی خود نقشی در محتوای کتاب ندارند. این‌طور هم نیست که تصور شود قرارگرفتن نام این سه نفر در کتاب بناست نشان دهد ریاضی و هنر و موسیقی در گوهر خود یک چیزند. نه اصلا چنین نیست. اگرچه این کتاب ظاهرا به شرح گفت‌وگوها و مکالمات خیالی گودل، اشر و باخ درباره زمینه‌های مشترک کار و زندگی‌شان می‌پردازد، لیکن در لایه‌ای عمیق‌تر از مفاهیمی می‌گوید که از بنیادی‌ترین پایه‌های ریاضیات و هوش مصنوعی‌اند. هوفشتاتر، دانشمند آلمانی-آمریکایی، در این کتاب نشان می‌دهد چگونه یک سیستم زمانی که ظاهرا از اجزای بی‌معنایی ساخته شده می‌تواند با استفاده از مفهوم ارجاع به خود و قوانین منطق مفاهیم معناداری بسازد. به‌طور خلاصه، هوفشتاتر در کتاب حاضر در لوای سیر زندگی این سه نفر موضوعاتی را بررسی می‌کند که دربردارنده منطق و حقیقت، فوگ‌ها و کانن‌ها، هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی، بازگشت، ساختارهای دستور زبانی، سرشت معنا، ناسازنماها، مغز و ذهن، فروکاست‌باوری و کل‌باوری، زیست گروه مورچه‌ها، بازنمایی‌های ذهنی و مفهومی، ترجمه، کامپیوترها و زبان‌های کامپیوتری، دی ان‌ای، پروتئین‌ها، رمزهای ژنتیک، هوش مصنوعی، آزمون تورینگ، خلاقیت، آگاهی و اراده آزاد است. و هرچند تاکید دارد این کتاب درباره ریاضی، موسیقی و هنر نیست گاه حتی به هنر و موسیقی نیز از بین این‌همه چیز می‌پردازد. هوفشتاتر دنبال این است که بفهمد چگونه سازوکارهای پنهان عصبی و عصب‌شناختی به ظهور شناخت و دانش منجر می‌شوند و چگونه نمادها، تفکر و زبان به هم گره می‌خورند و بالاخره چگونه واقعیت از ترکیب و همپوشانی مفهوم و ادراک به وجود می‌آید.

هوفشتاتر تمام این موضوعات و مباحث را با تمثیل‌ها، بازی‌های ذهنی و کلامی و گاه حتی با شوخی‌های بامزه و جناس‌های ساختاری، درون قوطی دربسته «گودل، اشر، باخ» می‌ریزد و آنها را به هم می‌زند و از فیلتر «قضایای ناتمامیت گودل»، «طراحی‌های متناقض‌نمای اشر» و «انونسیون موسیقی بازگشتی باخ» رد می‌کند. هوفشتاتر بر این باور است که دستاوردهای گودل در ریاضیات، طراحی‌های تفکربرانگیز اشر، فوگ‌ها و کانن‌های موسیقایی باخ سایه‌هایی‌اند که یک ذات استوار مرکزی در راستاهای متفاوت ایجاد کرده است. او با به‌کارگیری مفهوم‌هایی چون «خودارجاعی» و «حلقه‌های عجیب» که در قلب روش اثبات و نتیجه‌های به‌دست‌آمده از قضیه گودل، طراحی‌های سرگیجه‌آور اشر و آثار موسیقایی باخ جای دارند، می‌کوشد ماهیت آن ذات را روشن کند. ناگفته پیداست که اگر نگوییم با کتابی پیچیده و دشوار طرفیم، کتاب ساده‌ای هم پیش رو نداریم، به‌رغم طنز و نثر روانی که در بخش‌هایی از کتاب جاری است. مثلا اگر خوب ریاضی ندانید احتمالا مطالعه بسیاری از فصول کتاب سخت می‌شود یا اگر پیش‌زمینه‌ای در موسیقی ندارید از تمثیل‌هایی که در بخش‌های مربوط به باخ استفاده می‌شود سر در نمی‌آورید، یا اگر از فلسفه کاملا به دورید، برخی ارجاعات و بحث‌های کتاب را متوجه نخواهید شد. یک نمونه بارزش اینکه هوفشتاتر در همان بخش اول کتاب یکی از قطعه‌های باخ را انتخاب و تجزیه تحلیل می‌کند (همراه با نت‌ها و تمام جزئیات) و از تحلیل خود برای بیان نظریه‌ای در باب سیستم‌ها استفاده می‌کند و وقتی تحلیل‌اش به یک پارادوکس می‌انجامد، در دیالوگی تخیلی و مفصل بین آشیل و لاک‌پشت، این پارادوکس را به شوخی می‌گیرد و دست می‌اندازد. دیالوگ‌های خیالی آشیل و لاک‌پشت در کنار مطالب پیچیده در بخش اول بسیار خواندنی است. از این دست ماجراها در این کتاب کم نیست. با تمام این اوصاف، مطالعه این کتاب، با نثر و روشی که دارد دست خواننده را باز می‌گذارد تا از این مباحث سر دربیاورد. این کتاب مفاهیم بسیار پیچیده ریاضی، نظیر عدم قطعیت، بازگشت‌ها و حلقه‌های عجیب را برای خواننده قابل فهم می‌کند. پس اگر کتابی با این حجم و میزان پیچیدگی و دشواری و با این مضامین، زمانی در زمره پرفروش‌ها بوده حتما خواندنی است، اگرچه بعید است در ایران چنین تجربه‌ای داشته باشد. فارغ از اینکه ایرانیان کتاب کم می‌خوانند یا نه، این کتاب ۱۳۹هزار تومان قیمت دارد و تهیه آن برای قشر کتاب‌خوان قطعا بسیار دشوار است.



«آبشار» اثر موریس اشر

روش و جان کلام «GEB»

کتاب ساختاری نامعمول دارد، به قول هوفشتاتر یک «کنترپوان» است بین گفت‌وگوها و فصل‌ها. معنای لغوی کنترپوان یعنی نقطه در مقابل نقطه و در موسیقی یعنی نت در مقابل نت. منظور از این ساختار آن است که به نویسنده اجازه می‌دهد مفهوم‌های جدیدی را دوباره ارائه کند. تقریبا هر مفهوم جدید در این کتاب اول به صورت استعاری در گفت‌وگوها ارائه می‌شود و تصویرهایی ملموس و عینی به دست می‌دهد و در فصول بعدی به‌عنوان پس‌زمینه‌ای شهودی برای ارائه جدی‌تر همان مفهوم به کار گرفته می‌شود. البته تنها شخصیت‌های حاضر در گفت‌وگوها آشیل و لاک‌پشت است. از این‌رو، فرم ساختاری متن کتاب و نیز محتوای آن، هر دو بسیار مهم‌اند و «در دریافت ما از اینکه: آیا معنا در ذات پیام نهفته است یا اینکه معنا از برهم‌کنش ذهن یا یک سازوکار با پیام به وجود می‌آید، نقشی مهم دارند». سیر زندگی و دستاوردهای گودل، اشر و باخ در ریاضیات، هنر و موسیقی و چنانکه اشاره شد کندوکاو در حوزه‌هایی مانند منطق، هوش مصنوعی، کامپیوتر، ژنتیک، فلسفه، خودآگاهی، اراده آزاد و... در این کتاب دستمایه تلاش هوفشتاتر است برای تبیین اینکه «چگونه موجودات جاندار می‌توانند از دل ماده بی‌جان برآیند؟». هوفشتاتر در پیشگفتاری که بر ویرایش بیستمین سالگرد انتشار «GEB» نوشته، جان کلام کتاب را چنین توصیف می‌کند: «تلاشی بسیار شخصی برای بیان این مطلب که خود چیست و چگونه یک «خود» می‌تواند از دل چیزهایی برآید که به اندازه یک پاره‌سنگ یا چاله آب «بی‌خود»اند؟ «من» چیست و چرا چنین چیزهایی (دست‌کم تاکنون) تنها در - بنا به تعبیر بی‌نظیر راسل ادسون شاعر - «ریشه-پیازهای تلوتلوخورنده بیم و رویا» یافت شده‌اند، یعنی چرا فقط در گونه‌هایی مشخص از بافت‌های لزجی دیده می‌شوند که درون پوسته‌های سختِ نگهدارنده‌ای قرار دارند و در بالای ستون‌هایی متحرک و روی جفت پاهایی لق‌لقو و کمی پرزدار که در جهان پرسه می‌زنند، جاسازی شده‌اند؟». او روش «GEB» را برای پرداختن به این سؤالات این‌طور توضیح می‌دهد که «کم‌کم یک همانندانگاری را برپا می‌کند که مولکول‌های بی‌جان را به نمادهای بی‌معنا و نیز خودها را به الگوهای ویژه پیچیده، تابیده، گرداب‌وار و معناداری همانند می‌کند که تنها در گونه‌های خاصی از دستگاه‌های دربردارنده نمادهای بی‌معنا پدید می‌آیند». هوفشتاتر در این کتاب عمده کار خود را صرف همین الگوهای تابیده عجیب می‌کند، چون کمتر شناخته شده‌اند و کمتر درک شده‌اند و مملو از رمز و رازند. او این الگوهای حلقه‌وار عجیب را در سراسر کتاب «حلقه‌های عجیب» می‌نامد که بعدها به طور گسترده در رشته‌های دیگر به کار گرفته شد. البته در بعضی فصول کتاب آن را «سلسله‌مراتب درهم‌پیچیده» عنوان می‌کند. حلقه عجیب وقتی به وجود می‌آید که انتهای حلقه به ابتدای آن می‌رسد چنانکه با سروته‌کردن تصویر همان شکل دیده شود. نمونه‌های بسیاری از بازگشت و خودارجاعی را می‌توان در این کتاب یافت. ایده‌های بسیاری در این کتاب هست که از خودشان می‌گویند یا به خودشان ارجاع می‌دهند. هوفشتاتر این فرآیندهای خودارجاعی را «حلقه‌های عجیب» نامیده است. او کلید گشایش رمز و راز آنچه را که ما موجودات آگاه، هستی یا آگاهی‌اش می‌خوانیم، مفهوم «حلقه‌های عجیب» می‌داند. این ایده را از قضیه مشهور «ناتمامیت گودل» در منطق ریاضی می‌گیرد.

به نظر هوفشتاتر چیز بسیار اسرارآمیزی در این میان است: آن دستگاه‌های صوری که ازدلشان این «خودها» بیرون می‌آیند، «تنها از نمادهای بی‌معنا ساخته شده‌اند». او تاکید دارد خود هرچه که هست، تنها به سبب وجود گونه‌ای الگوی ویژه گرداب‌وار درهم و برهم در میان نمادهای بی‌معنا پدید می‌آید. او گریزی می‌زند به آرای فیلسوفان و دانشمندانی که معتقدند الگوهای نمادهای به خودی خود هرگز معنایی ندارند و معنا به‌گونه‌ای اسرارآمیز در مغز رخ می‌دهد. هوفشتاتر تنها راه غلبه بر این نگرش جادویی درباره چیستی من و آگاهی را در این می‌داند که به یاد داشته باشیم «ریشه-پیاز تلوتلوخورنده بیم و رویا» که در جمجمه ما در امان است، چیزی صرفا فیزیکی است که از بن‌پاره‌های کاملا بی‌جان و سترون تشکیل شده که همه‌شان به دقت از همان قانون‌هایی پیروی می‌کنند که بر همه چیزهای دیگر در جهان حاکم است، چیزهای دیگر نظیر پاره‌های متن یا سی‌دی یا رایانه‌ها». در نظر او تنها وقتی می‌توان راهی برای برون‌رفت از این رازآلودگی آگاهی بیابیم که پیوسته با این واقعیت روبرو شویم: «نکته اصلی، ماده‌ای نیست که مغزها از آن ساخته شده‌اند، بلکه الگوهایی هستند که می‌توانند درون ماده مغز به وجود آیند». هوفشتاتر این تبیین را تغییری رهایی‌بخش می‌نامد چون به ما اجازه می‌دهد به سطح متفاوت‌تری از چیستی مغزها حرکت کنیم: «یعنی مغزها به‌عنوان رسانه‌های نگهدارنده الگوهای پیچیده‌ای که جهان را بازتاب می‌دهند، جهانی که بدیهی است خود این مغزها نیز ساکن آن هستند و در خود- بازتابندگی ناگزیر برآمده از این امر است، هرچند که شاید بی‌طرفانه یا ناتمام هم باشد، که حلقه‌های عجیب آگاهی، چرخش خود را آغاز می‌کنند». در چنین زمینه‌ای هوفشتاتر از طریق تصویرسازی و تجزیه و تحلیل نشان می‌دهد اگرچه سیستم‌ها از ترکیب اجزای فاقد معنا به‌وجود آمده‌اند، می‌توانند با استفاده از قوانین وضعی و قوانین خود ارجاع، به دریافت و استنباط معنا برسند. از این‌رو، به مفهوم ارتباط، نحوه ارائه، ذخیره دانش و حتی جستجو در معنای واقعی «معنا» نیز می‌پردازد.

گودل، اشر، باخ

(بافته‌ی گرانسنگ ابدی)

داگلاس آر. هوفشتاتر

ترجمه: سروش ثابت، مرتضی و عبدالرضا خزانه‌داری

ناشر: مرکز

قیمت: ۱۳۹۰۰۰ تومان

حلقه‌های عجیب: باخ، اشر و گودل

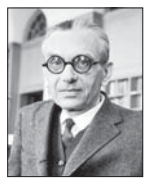
هوفشتاتر به یکی از کانن‌ها در قطعاتی از باخ اشاره می‌کند که در نظر او نخستین نمونه از حلقه عجیب را به ما ارائه می‌دهد. ایده کانن این است که یک تم در مقابل خودش نواخته شود. این کار با نواختن رونوشت‌هایی از تم اصلی با صداهای مختلف موجود در آن، انجام می‌شود. او پس از شرح دقیق و حتی فنی اجرای کانن توضیح می‌دهد که پدیده «حلقه عجیب» وقتی به وجود می‌آید که با حرکت رو به بالا یا رو به پایین درون طبقه‌های یک دستگاه سلسله‌مراتبی به ناگاه خود را دوباره درست در نقطه آغازین بیابیم. البته در اینجا مقصود از دستگاه، گام‌های موسیقی است. اما به باور هوفشتاتر، زیباترین و قدرتمندترین تجسم عینی مفهوم حلقه‌های عجیب در کارهای ام.سی.اشر وجود دارد. او سرچشمه بسیاری از آنها را در پارادوکس، توهم یا دوپهلوبودن می‌داند. در نگاره‌های اشر چیزهای بسیار بیشتری افزون بر تقارن و الگو وجود دارد: «در آنها معمولا یک ایده نهفته در لایه زیرین وجود دارد که در شکل هنری نمود می‌یابد. به‌ویژه حلقه عجیب که یکی از تکرارشونده‌ترین زمینه‌ها در آثار اشر است». او به لیتوگراف «آبشار» اشاره می‌کند و دور رو به پایین، بی‌پایان و شش مرحله‌ای آن را با دور رو به بالا، بی‌پایان و شش مرحله‌ای قطعه‌ای که از باخ انتخاب کرده، مقایسه می‌کند و نشان می‌دهد که چگونه باخ و اشر یک درون‌مایه واحد را با دو کلید متفاوت اجرا کرده‌اند: موسیقی و هنرهای تجسمی. در نظر هوفشتاتر، اشر «حلقه عجیب» را به چندگونه مختلف نشان داده است: مثلا در لیتوگراف «عروج و سقوط» که در آن راهب‌ها برای ابد در حال پیمودن حلقه هستند، نمونه‌ای از حلقه‌های بزرگ است، چون بیش از رسیدن به نقطه شروع مرحله‌های زیادی باید پیموده شود. یا مورد عجیب‌تر نگاره «دست‌های ترسیم‌گر» که در آن هر یک از دست‌ها دیگری را نقاشی می‌کنند یا نگاره «نسبیت» و «دست‌های نقاش». و سرانجام هوفشتاتر فشرده‌ترین همه حلقه‌های عجیب را در نگاره «نمایشگاه تصویر» می‌بیند: «تصویری از یک تصویر که دربرگیرنده خودش است. آیا این تصویر نمایشگاهی است که خودش را دربرمی‌گیرد یا شهری که شامل خودش است یا نمایشگر مرد جوانی است که دربرگیرنده خودش است؟» از این دست آثار عجیب در کارهای اشر کم نیست. به‌هرترتیب، هوفشتاتر مفهوم ضمنی حلقه‌های عجیب را مفهومی بی‌نهایت می‌داند، چون حلقه چیزی جز نمایش یک فرآیند نامتناهی در یک مسیر متناهی نیست.

و اما درباره گودل که کشف «حلقه‌های عجیب» بیشتر مدیون قضایای ناتمامیت اوست و هسته مرکزی این کتاب است. «قضیه گودل نشان می‌دهد هیچ دستگاه ثابتی، هر چقدر هم که پیچیده باشد، قادر به بازنمایی پیچیدگی‌های عددهای صحیح نیست». شاید مخاطبان امروزی به اندازه مخاطبان سال ۱۹۳۱ مبهوت قضیه گودل نشوند، چون در خلال این مدت فرهنگ ما قضیه گودل را همراه با انقلاب‌های مفهومی نسبیت و مکانیک کوانتومی در خود جذب کرده است. اثبات قضیه گودل مستلزم ورود پارادوکس اپیمنیدس یا پارادوکس دروغگو به قلب اصول ریاضیات بود. اپیمنیدس از اهالی کرت بود که این حکم ماندگار را ساخت: «همه کرتی‌ها درغگو هستند». فرم این پارادوکس به این شکل صورت‌بندی می‌شود: «این جمله غلط است»، اگر این جمله درست باشد پس باید غلط باشد و اگر غلط است پس باید درست باشد. گودل در قضایای مشهور خود نشان داد حکم صادقی وجود دارد که با استفاده از قاعده‌های این نظام اثبات آن امکان‌پذیر نیست. به عبارت دیگر حکم صادقی وجود دارد که اثبات‌ناپذیری آن دقیقا از صدق آن ناشی می‌شود. قضایای گودل باور گسترده‌ای را که ریاضیات را نظامی هم‌ساز و کامل بر پایه یک تک‌بنیاد منطقی می‌دانست، واژگون کرد. این واژگونی به سرعت از فلسفه تا سیاست را دربرگرفت: برای مثال آنچه این روزها با عنوان امر تصمیم‌ناپذیر در ساحت سیاست مطرح می‌شود، برگرفته از همین نظریه است. به هر ترتیب، حلقه عجیب گودلی شاید اصول ریاضیات را نابود نکرده باشد، ولی از جذابیت آن برای ریاضی‌دانان کاست، چون نشان داد اهداف اصلی و نخستین راسل و وایتهد توهمی بیش نبوده است. البته درک صحیح قضیه گودل به این سادگی‌ها نیست و نیازمند زمینه‌چینی‌های تاریخی و مفهومی و فنی بسیاری است که در این مقاله نمی‌گنجد. از انتشار کتاب حاضر نزدیک به چهار دهه می‌گذردو بسیاری از پیش‌بینی‌های هوفشتاتر در این کتاب غلط از آب درآمد، با این‌حال، همچنان خواندن دارد. مثلا برخلاف پیش‌بینی کتاب بالاخره دیپ‌بلو، ابرکامپیوتر آی‌بی‌ام، پس از چند بازی در سال ۱۹۹۷گری کاسپاروف را در شطرنج شکست داد، یا در بسیاری مقایسه‌های کتاب که از صفحه‌های گرامافون استفاده شده همگی منقرض شده‌اند و هوش مصنوعی نیز در زمینه‌های متفاوتی نسبت به نتایج کتاب به مسیر خود ادامه می‌دهد. اما ازجمله تزهای کتاب که آن را همچنان خواندنی می‌کند این است که «در اینجا تناقضی در کار نیست. از این‌رو، از هر خواننده‌ای می‌خواهد با تناقض‌های ظاهری پیش رو مواجه شود، آنها را مزه مزه و برانداز کند، شکست‌شان دهد و از آنها لذت ببرد. به این ترتیب در انتها، خواننده بینش‌های جدیدی درباره شکاف ظاهرا نفوذناپذیر بین صوری و معمولی، جاندار و بی‌جان و انعطاف‌پذیر و انعطاف‌ناپذیر، به دست می‌آورد». گودل، اشر و باخ در این کتاب برای هوفشتاتر سایه‌هایی‌اند که یک ذات استوار مرکزی در راستاهای متفاوت ایجاد کرده‌اند. او می‌کوشد این هسته مرکزی را بازسازی کند که نتیجه اصلی کتاب حاضر است.

مرور

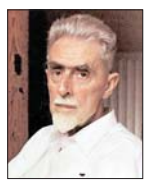
گودل، اشر، باخ

کورت گودل (۱۹۰۶-۱۹۷۸):



ریاضی‌دان، منطق‌دان، فیلسوف و نابغه کم‌نظیر اتریشی بود که با دو قضایای ناتمامیت به شهرت رسید. او همچنین نشان داد که فرضیه پیوستار را نمی‌توان به وسیله اصول پذیرفته‌شده در نظریه مجموعه‌ها، به فرض پایداری آن اصول، باطل کرد. او سهم عمده‌ای برای اثبات نظریه به‌وسیله تبیین ارتباط بین منطق کلاسیک، منطق شهودگرا و منطق وجهی داشت. گودل در ۳۳ سالگی برای فرار از مشکلات جنگ جهانی دوم به آمریکا مهاجرت کرد و تا پایان عمر در آن کشور ماند. او در سال ۱۹۴۶ به عضویت دائم مرکز تحقیقات پیشرفته پرینستون درآمد. در این زمان از انتشار مقاله دست کشید ولی به تحقیقاتش ادامه داد تا اینکه در سال ۱۹۷۶ بازنشسته شد. او رفته‌رفته به فیزیک و فلسفه علاقه‌مند شد و به مطالعه لایب‌نیتس روی آورد و بر این عقیده بود که توطئه‌ای باعث شده برخی کارهای لایب‌نیتس ناشناخته بمانند. او همچنین تاحدودی آثار کانت و هوسرل را مطالعه می‌کرد. در اوایل دهه ۱۹۷۰ نسخه‌ای از برهان وجودی آنسلم را میان دوستانش توزیع کرد که به برهان وجودی گودل معروف است. گودل در اواخر عمرش دچار بی‌ثباتی روانی شد و همواره می‌ترسید به او سم بخورانند. به همین دلیل تنها از غذاهایی می‌خورد که همسرش برایش تهیه می‌کرد، آن‌هم به شرطی که همسرش اول غذا را امتحان کند. در سال ۱۹۷۷ همسرش بیمار و شش ماه در بیمارستان بستری شد و بنابراین دیگر قادر نبود غذای گودل را تهیه کند. در این مدت گودل از خوردن دست کشید و درحالی‌که وزنش به ۳۰ کیلوگرم رسیده بود از گرسنگی مرد.

موریس کرنلس اشر (۱۸۹۸-۱۹۷۲):



هنرمند گرافیک اهل هلند بود که آثار مهمی از حکاکی روی چوب، چاپ سنگی و قلم‌زنی سایه‌روشن خلق کرد، آثاری که الهام‌گرفته از محاسبات ریاضی‌اند. آثار اولیه الهام‌گرفته از طبیعت بود: مطالعه حشرات، مناظر و گیاهان مانند گلسنگ‌ها؛ او از این عناصر به‌عنوان جزئیات در آثارش استفاده می‌کرد. اولین اثر هنری او، در سال ۱۹۲۲، شامل سر انسانی است که به هشت ردیف تقسیم شده است. بعدها اقدام به طراحی مناظر ارگانیک کرد و از ترسیم‌های منظم و هندسی دست کشید. شهرت او در جهان به‌خاطر آثار ملهم از ریاضی است. ویژگی آثار او استفاده از اشکال و عملیات ریاضی است: از جمله اشیاء غیرممکن، اکتشاف بی‌نهایت، انعکاس، تقارن، بریدن یا امتداد اضلاع و زوایای چندوجهی‌ها، هندسه هذلولی، موزائیک‌کاری و قس علیهذا. اگرچه اشر دانش ریاضی نداشت، با ریاضیدانانی چون جورج پولیا، راجر پنروز، و هارولد کوکستر در ارتباط بود و مقالات ریاضی ایشان را می‌خواند. اشر می‌توانست با نقاشی‌های خود سازه‌هایی ترسیم کند که به نظر غیرممکن می‌رسیدند و به نوعی مفهوم بی‌نهایت را تداعی می‌کردند. مفهوم دیگری که در نقاشی‌های این گرافیست زیاد به چشم می‌خورد، مفهوم دگردیسی و تبدیل و تناسخ یک موجود به موجودی دیگر در زنجیره‌ای بی‌انتهاست. هنر اشر نزد دانشمندان و ریاضیدانان و همچنین در میان مردم عادی به خوبی شناخته‌شده است. همچنین آثار او در انواع مقالات فنی نیز استفاده می‌شود. او یکی از منابع الهام عمده داگلاس هوفشتاتر در کتاب «گودل، اشر، باخ» بود. از مشهورترین آثار او می‌توان به «نسبیت»، «آبشار»، «دست با بازتاب کره» و «دستانی که نقاشی می‌کنند» اشاره کرد.

یوهان سباستین باخ (۱۶۸۵-۱۷۵۰):

موسیقیدان و آهنگ‌ساز بزرگ آلمانی بود که آثارش دسته آواز، ارکستر و تک‌سازها، تقریباً تمام انواع متفاوت موسیقی دوره باروک را دربر می‌گیرد و موسیقی آن دوران را به بلوغ خود رسانده است. بتهوون او را خالق هارمونی می‌نامید. اگرچه شکل تازه‌ای از موسیقی ارائه نکرد، توانست سبک رایج در موسیقی آلمان را با فنون «کنترپوان» غنی کند. این فنون، مبنی‌بر تنظیم چیدمان هارمونیک و موتیف در مقیاس کوچک و بزرگ بود. ویژگی سبک آهنگسازی باخ استوار است بر بافت کنترپوانی، نت پایه خطی و پیشروی هارمونیک در دومینانت‌ها و ریتم‌های محرک که با یکدیگر ترکیب می‌شوند و حسی از پیشروی را خلق می‌کنند. مثل بسیاری از آهنگسازان دیگر سبک باروک، موسیقی باخ به شکل موتیفی متراکم است: الگوهای ملودیک و ریتمیک که در ابتدای یک اثر معرفی می‌شوند، پیوسته به‌وسیله بازگشت‌های ملودیک و کنترپوانی، افزایش و کاهش در حین تکرارها و جوش و خروش و تحرک در نغمه‌ها، تغییر شکل می‌دهند. سبک باخ بر تصنیفات موسیقایی، از سرودهای روحانی و آثار مذهبی تا آثار پاپ و راک، تأثیرات چشم‌گیری گذاشته است. بسیاری از تم‌های باخ مکررا در آثار موسیقی راک استفاده شده‌اند و محبوبیت بسیاری دارند.